

Roman Brilej, Dezider Ivanec

# OMEGA 1

## **Realna števila**

Zbirka nalog za matematiko v 1. letniku  
gimnazijskega izobraževanja

Ljubljana 2014

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Naravna in cela števila</b>	<b>5</b>
1.1	Naravna števila . . . . .	6
1.2	Cela števila . . . . .	9
1.3	Urejenost celih števil . . . . .	13
1.4	Potence z naravnimi eksponenti . . . . .	15
1.5	Izrazi . . . . .	18
1.6	Naloge za ponavljanje . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Deljivost naravnih števil</b>	<b>29</b>
2.1	Relacija deljivosti . . . . .	30
2.2	Kriteriji za deljivost . . . . .	31
2.3	Praštevila in sestavljena števila . . . . .	33
2.4	Osnovni izrek o deljenju . . . . .	34
2.5	Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik . . . . .	35
2.6	Evklidov algoritem . . . . .	38
2.7	Naloge za ponavljanje . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Izjave in množice</b>	<b>41</b>
3.1	Izjave . . . . .	42
3.2	Množice . . . . .	45
3.3	Naloge za ponavljanje . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Racionalna števila</b>	<b>61</b>
4.1	Ulomki . . . . .	62
4.2	Razširjanje in krajšanje ulomkov . . . . .	64
4.3	Računanje z ulomki . . . . .	67
4.4	Urejenost racionalnih števil . . . . .	84
4.5	Potence s celimi eksponenti . . . . .	86
4.6	Decimalni zapis . . . . .	91
4.7	Sklepni račun . . . . .	94
4.8	Procentni račun . . . . .	95
4.9	Naloge za ponavljanje . . . . .	98

<b>5</b>	<b>Realna števila</b>	<b>101</b>
5.1	Realna števila . . . . .	102
5.2	Kvadratni in kubični koren . . . . .	103
5.3	Urejenost in intervali . . . . .	109
5.4	Absolutna vrednost . . . . .	114
5.5	Približki in napake . . . . .	118
5.6	Naloge za ponavljanje . . . . .	122
	<b>Rešitve</b>	<b>125</b>

Z zvezdico (\*) so označene zahtevnejše naloge.

## 4.1 Ulomki

**Ulomek** je izraz oblike  $\frac{a}{b}$ , pri čemer sta  $a$  in  $b$  celi števili in  $b \neq 0$ . Ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  sta enaka natanko tedaj, ko velja  $ad = bc$ :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$$

Množico vseh ulomkov imenujemo tudi množica racionalnih števil. Označimo jo s  $\mathbb{Q}$ .

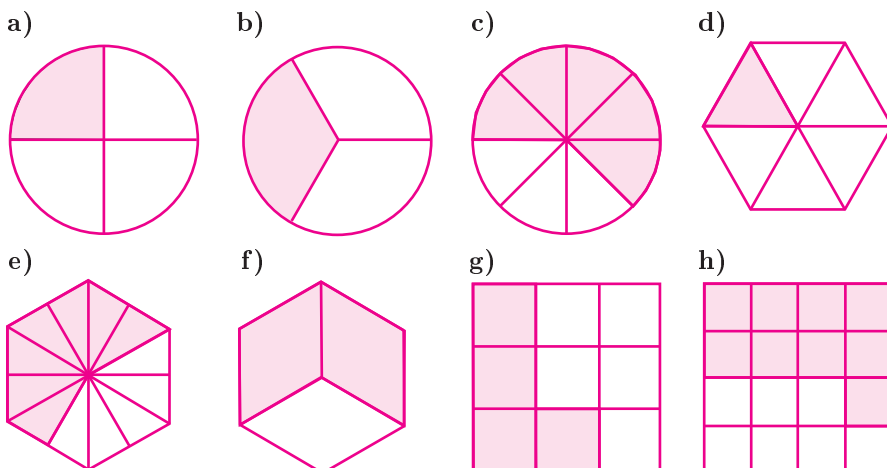
**271.** Kateri zapis ne predstavlja ulomka:

- a)  $\frac{5}{2}, \frac{0}{7}, \frac{3}{-2}, \frac{-2}{11}, \frac{4}{0}, \frac{-8}{-13}, \frac{16}{4}$       b)  $\frac{4}{8}, \frac{3}{-7}, \frac{-8}{-17}, \frac{-9}{0}, \frac{100}{10}, \frac{1}{1}, \frac{0}{-2}$   
 c)  $\frac{1}{-11}, \frac{0}{3}, \frac{-7}{0}, \frac{76}{12}, \frac{-45}{-27}, \frac{14}{51}, \frac{34}{0}$       d)  $\frac{456}{45}, \frac{-31}{22}, \frac{0}{-5}, \frac{7}{0}, \frac{5}{7}, \frac{1}{0}, \frac{-16}{-2}$   
 e)  $\frac{0}{0}, \frac{-13}{9}, \frac{0}{-17}, \frac{-8}{0}, \frac{1}{20}, \frac{-6}{-13}, \frac{41}{-7}$       f)  $\frac{15}{-7}, \frac{0}{3}, \frac{11}{0}, \frac{-16}{-13}, \frac{0}{1}, \frac{-5}{47}, \frac{69}{0}$

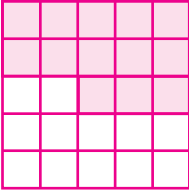
**272.** Izračunaj:

- a)  $\frac{3-1}{1+6}$       b)  $\frac{4+9}{8-5}$       c)  $\frac{4 \cdot 5 - 6 \cdot 2}{4 \cdot 4 - 7}$   
 d)  $\frac{3 \cdot 12 - 5 \cdot 2}{23 - 3 \cdot 4}$       e)  $\frac{3 - (5+1)(4-6)}{4 - 3 \cdot (-1)}$       f)  $\frac{8 - (-2) \cdot 3}{8 - (7-2)(3-6)}$   
 g)  $\frac{6 - (2 - 3(4-5))}{5 \cdot (4-1)}$       h)  $\frac{11 \cdot (7-4)}{12 - (4-2)(5-8)}$       i)  $\frac{(3-2 \cdot 1)(19-5 \cdot 3)}{(29-5 \cdot 4)(4+3 \cdot 5)}$   
 j)  $\frac{(4-5 \cdot 7)(3-4 \cdot 2)}{(12-6 \cdot 1)(5+2 \cdot 3)}$       k)  $\frac{4^3 - (-3)^2 + 5 \cdot (-1)^7}{(3^2)^3}$       l)  $\frac{(2^3)^2}{5^3 - (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^4}$

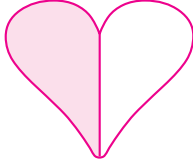
**273.** Kateri ulomek predstavlja osenčeno področje na sliki:



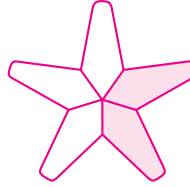
i)



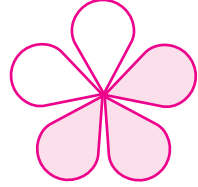
j)



k)



l)



274. Za katere vrednosti  $x$  zapis ne predstavlja ulomka:

a)  $\frac{8}{x}$

b)  $\frac{4}{x-2}$

c)  $\frac{11}{5-x}$

d)  $\frac{x-4}{x+7}$

e)  $\frac{4-x}{x-6}$

f)  $\frac{7x}{2x+18}$

g)  $\frac{3x-21}{4x+32}$

h)  $\frac{9x-3}{30-5x}$

i)  $\frac{x+5}{3x(x+1)}$

j)  $\frac{x+2}{(x-3)(x-5)}$

k)  $\frac{x-4}{4(x-1)(x+7)}$

l)  $\frac{11}{x^2+5x}$

m)  $\frac{3x+5}{2x^2-6x}$

n)  $\frac{x-1}{x^2-10x+9}$

o)  $\frac{x+7}{x^2-x-6}$

p)  $\frac{3x}{x^2+2x-35}$

r)  $\frac{x-7}{x^4-10x^2+9}$

s)  $\frac{x^4-2}{x^4-16}$

t)  $\frac{x^5-32}{x^3-27}$

u)  $\frac{4x}{x^3+1}$

275. Izračunaj vrednost ulomka:

a)  $\frac{x-8}{3}$  za  $x=10$

b)  $\frac{5}{x-4}$  za  $x=15$

c)  $\frac{x+5}{x-2}$  za  $x=4$

d)  $\frac{x-3}{x+1}$  za  $x=8$

e)  $\frac{2x-3}{4x+7}$  za  $x=2$

f)  $\frac{9x+2}{5x-8}$  za  $x=3$

g)  $\frac{x^2+3}{x+7}$  za  $x=2$

h)  $\frac{4-x}{x^2}$  za  $x=-5$

i)  $\frac{3x+21}{x^2-6x+5}$  za  $x=0$

j)  $\frac{3x-8}{x^2-1}$  za  $x=4$

k)  $\frac{x^2-2x+1}{x^2+5x+8}$  za  $x=-2$

l)  $\frac{x^2-x}{x^2-6x+12}$  za  $x=5$

276. Ali sta dana ulomka enaka:

a)  $\frac{1}{2}, \frac{4}{8}$

b)  $\frac{3}{4}, \frac{4}{6}$

c)  $\frac{7}{1}, \frac{13}{2}$

d)  $\frac{0}{5}, \frac{0}{-3}$

e)  $\frac{4}{9}, \frac{15}{36}$

f)  $\frac{3}{-2}, \frac{5}{-3}$

g)  $\frac{21}{9}, \frac{-14}{-6}$

h)  $\frac{14}{-5}, \frac{-28}{10}$

i)  $\frac{7}{-6}, \frac{-21}{18}$

j)  $\frac{99}{120}, \frac{-66}{80}$

k)  $\frac{195}{450}, \frac{-78}{-180}$

l)  $\frac{-144}{36}, \frac{48}{-12}$

277. Kateri izmed ulomkov:

a)  $\frac{1}{2}, \frac{9}{16}, \frac{-12}{16}, \frac{15}{-20}, \frac{28}{34}, \frac{51}{70}$  je enak  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{-1}{-2}, \frac{-8}{15}, \frac{12}{24}, \frac{2}{-4}, \frac{17}{35}, \frac{-21}{40}$  je enak  $\frac{-1}{2}$

c)  $\frac{10}{13}, \frac{-14}{10}, \frac{-21}{-16}, \frac{-28}{-20}, \frac{19}{14}, \frac{21}{15}$  je enak  $\frac{7}{5}$

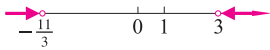
- 640.** Izračunaj obseg štirikotnika s stranicami:
- $a = 3\cdot4$  m,  $b = 0\cdot78$  m,  $c = 102\cdot1$  m,  $d = 99\cdot25$  m
  - $a = 13\cdot5$  cm,  $b = 1\cdot7$  dm,  $c = 244$  mm,  $d = 4\cdot6$  cm
  - $a = 6\cdot8$  mm,  $b = 87$  mm,  $c = 12\cdot4$  cm,  $d = 0\cdot314$  m
  - $a = 2\cdot3 \cdot 10^{15}$  km,  $b = 1\cdot4 \cdot 10^{14}$  km,  $c = 9 \cdot 10^{14}$  km,  $d = 1\cdot97 \cdot 10^{15}$  km
- 641.** Kolikšno pot opravi avtomobil v 1·5 ure, če vozi s povprečno hitrostjo 63 km/h?
- 642.** Slovenija meri 20 256 km<sup>2</sup> in ima približno 1·9 milijona prebivalcev. Kolikšno gostoto poselitve ima?
- 643.** 1 kg jabolk v zaboju stane 1·75 €. Koliko stane 21 zabojev jabolk, če je v posameznem zaboju približno 12 kg jabolk in nam priznajo 12-odstotni popust?
- 644.** Pretvori hitrost 60 km/h v m/s.
- 645.** Na šoli je 312 dijakov, kar predstavlja 43 % vseh dijakov in dijakinj. Koliko je dijakinj?

## 5.6 Naloge za ponavljanje

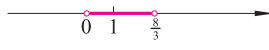
- 646.** Dani sta števili  $a = \sqrt{5}$  in  $b = -\sqrt{7}$ .
- Predstavi ju na številski premici.
  - Na dve decimalki natančno izračunaj vrednost izraza  $a + b\sqrt{2}$ .
  - Natančno izračunaj vrednost izraza  $a^2 + 3b^2$ .
- 647.** Dan je izraz  $(x + 1)^2 - x(x + 3) + 4$ .
- Izračunaj z računalom na tri mesta natančno njegovo vrednost za  $x = \sqrt{5}$ .
  - Za kateri  $x$  je njegova vrednost enaka 2?
  - Za katere  $x$  je njegova vrednost manjša od 3?
- 648.** Naj bo  $A$  množica vseh realnih števil, ki so manjša od  $-1$  in večja od  $-4$ . Množica  $B$  naj vsebuje tista realna števila, ki niso večja od 5, a so večja od 1.
- Dani množici predstavi na številski premici.
  - Množici zapiši kot intervala. Ali je tudi množica  $A \cup B$  interval?
  - V kateri izmed danih množic leži število  $\sqrt{1} + \sqrt{(-1)^2}$ ?
- 649.** Dana sta intervala  $A = (-3, 2]$  in  $B = [1, 4]$ .
- Kateremu pogoju mora zadoščati število  $a$ , da bo element množice  $A$ , in kateremu število  $b$ , da bo element množice  $B$ ?
  - Na številski premici predstavi množico  $A \cap B$ .
  - Katera izmed števil ne ležijo v množici  $B$ :  $\sqrt{2}$ ,  $2 + \sqrt{5}$ ,  $\sqrt{15}$ ,  $5 - \sqrt{0\cdot25^{-1}}$ ?

- 650.** Dan je izraz  $1 - \frac{x-2}{3} + \frac{1+x}{2}$ .
- Določi tak  $x$ , da bo vrednost izraza enaka 2.
  - Na številski premici predstavi vsa tista števila  $x$ , pri katerih je vrednost izraza vsaj  $-2$ .
  - Poišči takšno najmanjše naravno število  $x$ , da bo vrednost izraza celo število.
- 651.** Na številski premici nariši števila, ki:
- so od števila 2 oddaljena za  $3 \cdot 5$
  - predstavljajo rešitev neenačbe  $|x+1| < 2$
  - zadoščajo enakosti  $|4-x| = \sqrt{2}$
- 652.** Dani sta števili  $a = -8$  in  $b = 25$ .
- Izračunaj vrednost izraza  $||a| - 2\sqrt{b}| - \frac{1}{2}|2 - \sqrt{2|a||}$ .
  - Reši enačbo  $|x+a| = b$ .
  - Reši neenačbo  $|x - \sqrt{0 \cdot 5|a||} \geq \sqrt{b}$ .
- 653.** Dan je izraz  $x + |x-2|$ .
- Izračunaj vrednost danega izraza za  $x = 3 - \sqrt{5}$ .
  - Za katere  $x$  je njegova vrednost enaka 4?
- \*c) Za katere  $x$  je njegova vrednost enaka vrednosti izraza  $|1 - |x||$ ?
- \*654.** Dan je izraz  $\frac{a + \sqrt{2}b}{a\sqrt{2} + b}$ .
- Natančno izračunaj njegovo vrednost za  $a = (1 - \sqrt{2})^3$  in  $b = (\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})$ .
  - Naj bo  $a = 2 \cdot 7 \pm 0 \cdot 1$  in  $b = 4 \cdot 3(1 \pm 1\%)$ . Zapiši njegovo vrednost v oblikah  $A \pm \varepsilon$  in  $A(1 \pm \delta)$ .
  - Naj bo  $a = (2 - \sqrt{3})\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ . Za kateri  $b$  je njegova vrednost enaka  $\sqrt{3}$ ?
- \*655.** Njivo smo izmerili z natančnostjo  $\pm 1$  dm. Široka je  $23 \cdot 5$  m, dolga pa  $50 \cdot 7$  m.
- Kolikšni sta zgornji meji za relativno napako pri merjenju?
  - Kolikšna je površina njive?
  - Če bi želeli na njivi posaditi krompir, bi potrebovali 15 dag krompirja na  $m^2$ . Koliko krompirja bi potrebovali za celotno njivo?

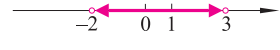
g)  $x < -\frac{11}{3}$  ali  $x > 3$



h)  $1 \leq x \leq \frac{8}{3}$



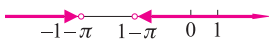
i)  $-2 < x < 3$



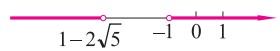
j)  $\sqrt{3} - 3 < x < 3 + \sqrt{3}$



k)  $x < -1 - \pi$  ali  $x > 1 - \pi$

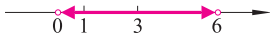


l)  $x \leq 1 - 2\sqrt{5}$  ali  $x \geq -1$

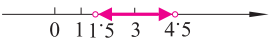


599. a)  $(-1, 1)$  b)  $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$  c)  $[-1.4, 1.4]$  d)  $(-\infty, -2.5) \cup (2.5, \infty)$   
 e)  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$  f)  $(-\infty, -\pi) \cup (\pi, \infty)$  g)  $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$  h)  $[-6, 2]$   
 i)  $(1, 1.2)$  j)  $(-\infty, -\frac{5}{6}) \cup [-\frac{1}{6}, \infty)$  k)  $[-2\sqrt{2}, 0]$  l)  $(-\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$

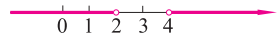
600. a)



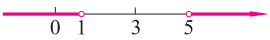
b)



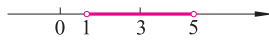
c)



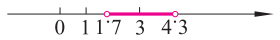
d)



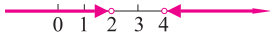
e)



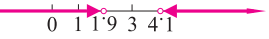
f)



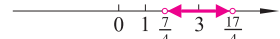
g)



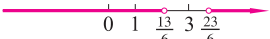
h)



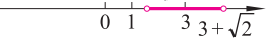
i)



j)



k)



l)



601. a)  $|a - 7| \geq 3$  b)  $|p - 6| < 2$  c)  $|s + 1| \leq 4$  d)  $|t + 5| > 1$  e)  $|q - \sqrt{2}| < \frac{1}{2}$   
 f)  $\left| b - \frac{3}{4} \right| \geq \sqrt{3}$  g)  $|c + \sqrt{5}| > \pi$  h)  $|r + \pi| \leq \sqrt{5}$

602. a)  $2a$  b)  $4a$  c)  $-a$  d)  $a + 2$  e)  $1$  f)  $-1$  g)  $-1$  h)  $7 - 3a$  i)  $0$   
 j)  $2a + 5$  k)  $6 - 2a$  l)  $-2$

603. a)  $-b$  b)  $1 - b$  c)  $-2$  d)  $-a^2$  e)  $3 - 2a$  f)  $-a^2 - b^2$  g)  $-\frac{b}{2}$  h)  $-1$

604. a)  $2$  za  $a \geq 0$ ,  $2 - 2a$  za  $a < 0$  b)  $2a - 4$  za  $a \geq 2$ ,  $0$  za  $a < 2$   
 c)  $a - 3$  za  $a \geq -3$ ,  $3a + 3$  za  $a < -3$  d)  $-a$  za  $a \geq -1$ ,  $2a^2 + a$  za  $a < -1$   
 e)  $2a$  za  $a \geq \sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{2}$  za  $a < \sqrt{2}$  f)  $3a + 3$  za  $a \leq 5$ ,  $5a - 7$  za  $a > 5$   
 g)  $2 - 2a$  za  $a \geq \frac{1}{2}$ ,  $2a$  za  $a < \frac{1}{2}$  h)  $8 - 4a$  za  $a \geq -\frac{2}{3}$ ,  $4 - 10a$  za  $a < -\frac{2}{3}$

i)  $13a - 2$  za  $a \leq \frac{4}{5}$ ,  $3a + 6$  za  $a > \frac{4}{5}$

j)  $1$  za  $a > 3$ ,  $-1$  za  $a < 3$ , ni definiran za  $a = 3$

k)  $2$  za  $a > -1$ ,  $0$  za  $a < -1$ , ni definiran za  $a = -1$

l)  $\frac{a+1}{1-a}$  za  $a < 1$ ,  $1$  za  $a > 1$ , ni definiran za  $a = 1$

605. a)  $2a - 5$  za  $a \geq 3$ ,  $1$  za  $a \in [2, 3)$ ,  $5 - 2a$  za  $a < 2$   
 b)  $2a$  za  $a \geq 4$ ,  $8$  za  $a \in [-2, 4)$ ,  $4 - 2a$  za  $a < -2$   
 c)  $a - 3$  za  $a \geq -1$ ,  $-5a - 9$  za  $a \in [-3, -1)$ ,  $3 - a$  za  $a < -3$   
 d)  $5a - 5$  za  $a \geq \frac{3}{2}$ ,  $a + 1$  za  $a \in [\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ ,  $5 - 5a$  za  $a < \frac{2}{3}$   
 e)  $2a - 12$  za  $a \geq \frac{7}{2}$ ,  $2 - 2a$  za  $a \in [-\frac{5}{4}, \frac{7}{2})$ ,  $6a + 12$  za  $a < -\frac{5}{4}$