

Roman Brilej, Barbara Kušar, Tatjana Robič,  
Zlatko Rojs

# OMEGA 3

**Ploščine, površine in prostornine,  
kotne funkcije**

Zbirka nalog za matematiko v 3. letniku  
gimnazijskega izobraževanja

# Kazalo

<b>1 Ploščine</b>	<b>5</b>
1.1 Ploščine večkotnikov . . . . .	6
1.2 Razreševanje trikotnika . . . . .	18
1.3 Krog . . . . .	24
1.4 Naloge za ponavljanje . . . . .	29
<b>2 Površine in prostornine</b>	<b>33</b>
2.1 Prizma . . . . .	34
2.2 Piramida . . . . .	39
2.3 Valj . . . . .	42
2.4 Stožec . . . . .	44
2.5 Krogla . . . . .	47
2.6 Naloge za ponavljanje . . . . .	49
<b>3 Kotne funkcije</b>	<b>51</b>
3.1 Vrtenje in razširitev pojma kota . . . . .	52
3.2 Definicija in lastnosti funkcij sinus in kosinus . . . . .	54
3.3 Adicijski izreki . . . . .	61
3.4 Grafa funkcij sinus in kosinus . . . . .	71
3.5 Funkciji tangens in kotangens . . . . .	78
3.6 Grafa funkcij tangens in kotangens . . . . .	85
3.7 Krožne funkcije . . . . .	87
3.8 Reševanje enačb . . . . .	91
3.9 Naloge za ponavljanje . . . . .	97
<b>Rešitve</b>	<b>101</b>

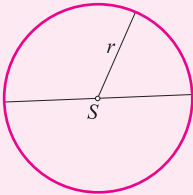
- \*151. Izračunaj polmer kroga, ki je včrtan:
- enakostraničnemu trikotniku s ploščino  $2\sqrt{3} \text{ m}^2$
  - enakokrakemu trikotniku z osnovnico  $c = 12 \text{ m}$  in  $v_a = 10 \text{ m}$
  - pravokotnemu trikotniku s hipotenuzo  $c = 10 \text{ mm}$  in višino  $v = 4 \text{ mm}$
  - pravokotnemu trikotniku s kateto  $a$  in njeno pravokotno projekcijo na hipotenuzo  $a_1$
- \*152. V pravokotnem trikotniku dotikališče včrtanega kroga razdeli hipotenuzo dolgo  $10 \text{ cm}$  v razmerju  $2 : 3$ . Kolikšen je polmer kroga?
- \*153. Pravokotniku z obsegom  $24 \text{ cm}$  narišemo diagonalo in vsakemu nastalemu trikotniku včrtamo krog. Del diagonale med dotikališčema krogov meri  $8 \text{ cm}$ . Izračunaj ploščino pravokotnika.

## 1.3 Krog

### Obseg in ploščina kroga

$$o = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$



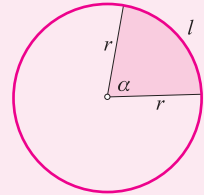
### Krožni izsek

Če je  $\alpha$  izražen v stopinjah, je:

$$l = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ} \quad S = \frac{lr}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

Če je  $\alpha$  izražen v radianih, je:

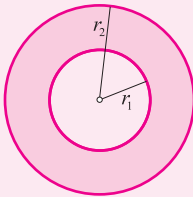
$$l = r\alpha \quad S = \frac{r^2 \alpha}{2}$$



### Krožni kolobar

$$o = 2\pi(r_1 + r_2)$$

$$S = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$



### Obseg kroga

154. Natančno zapiši v radianih:

- a)  $15^\circ$    b)  $315^\circ$    c)  $180^\circ$    d)  $120^\circ$    e)  $45^\circ$    f)  $135^\circ$

155. Na 4 decimalna mesta natančno zapiši v radianih:

- a)  $15^\circ$    b)  $160^\circ$    c)  $75^\circ 30'$    d)  $112^\circ 40'$    e)  $12^\circ 12'$    f)  $69^\circ 51'$

156. Natančno zapiši v stopinjah:

- a)  $\frac{\pi}{4}$    b)  $\frac{7\pi}{10}$    c)  $\frac{5\pi}{6}$    d)  $\frac{4\pi}{3}$    e)  $\frac{2\pi}{3}$    f)  $\frac{3\pi}{2}$

- 157.** Zapiši kot, dan v radianih, na minuto natančno:  
 a)  $0\cdot25$     b)  $1\cdot4$     c)  $1\cdot9999$     d)  $0\cdot6253$     e)  $1\cdot25$     f)  $3\cdot14$
- 158.** Izračunaj obseg kroga s polmerom:  
 a) 1 m    b) 12 cm    c)  $0\cdot4$  m    d)  $15\cdot3$  m  
 e) 11 mm    f)  $100\cdot2$  km    g)  $82\cdot5$  m    h)  $0\cdot2$  dm
- 159.** Izračunaj premer kroga z danim obsegom:  
 a) 1 m    b) 13 cm    c) 24 dm    d)  $603\cdot5$  m  
 e)  $12\cdot14$  mm    f)  $5\cdot25$  dm    g)  $0\cdot1$  km    h)  $40\cdot024$  km
- 160.** Kolo na gorskem kolesu s polmerom 34 cm se na poti zavrti 820-krat. Kako dolgo pot je naredil kolesar?
- 161.** Kolikokrat se zavrti kolo na avtu, če je njegov premer 62 cm, avto pa naredi 10 km dolgo pot?
- 162.** Za koliko cm se spremeni obseg kroga s polmerom  $r = 4$  cm, če povečamo njegov polmer:  
 a) za 1 cm    b) za 50%    c) za 4 cm  
 d) za vrednost obsega    e) petkrat    f) 1·5 - krat
- 163.** Za koliko odstotkov je obseg kvadrata večji od obsega kroga, ki mu je včrtan?
- 164.** Enakostraničnemu trikotniku s stranico  $a = 20$  cm očrtamo krog. Za koliko se razlikujeta njuna obsega?
- 165.** Okrogel lonček za kavo je po obodu enakomerno poslikan z vodoravnimi črticami, ki so dolge 1 cm in tudi 1 cm narazen. Kolikšen je premer lončka, če je takih črtic:  
 a) 13    b) 15    c) 20
- 166.** Okrogel kozarec premera  $7\cdot6$  cm bi radi enakomerno okrasili z enakimi pikami, ki bodo med seboj razmaknjene za dvakratnik svojega premera. Kolikšen naj bo premer teh pik, da jih bo okoli kozarca narisanih:  
 a) 7    b) 21    c) 27
- 167.** Izračunaj dolžino krožnega loka, ki pripada središčnemu kotu  $\alpha$  v krogu s polmerom 12 cm:  
 a)  $\alpha = 95^\circ$     b)  $\alpha = 46^\circ$     c)  $\alpha = 107^\circ$     d)  $\alpha = 60^\circ 30'$   
 e)  $\alpha = 170^\circ 15'$     f)  $\alpha = 320^\circ 10'$
- 168.** Na minuto natančno določi središčni kot, če je dolžina pripadajočega krožnega loka  $3\cdot6$  m, polmer krožnice, na kateri leži, pa:  
 a) 6 m    b)  $5\cdot2$  m    c)  $12\cdot4$  m    d) 25 m  
 e)  $16\cdot8$  m    f) 30 m    g)  $21\cdot2$  m    h)  $3\cdot6$  m
- 169.** Kako dolga je tetiva, ki pripada loku dolžine  $l$  v krogu s polmerom 1 dm:  
 a)  $l = 0\cdot2$  dm    b)  $l = 2$  dm    c)  $l = 2\cdot8$  dm    d)  $l = 1\cdot16$  dm

## 3.9 Naloge za ponavljanje

- 611.** Na krožnici s polmerom 1 cm je dana točka  $A(1, 0)$ .
- Zavrti dano točko za kota  $60^\circ$  in  $7\pi$ . Zapiši koordinate dobljenih točk.
  - Določi najmanjši pozitivni kot, za katerega moraš zavrteti dano točko, da dobiš točko  $B(0, -1)$ .
  - Izračunaj dolžino loka med dano točko in točko  $C(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ .
- 612.** Dan je izraz  $\frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha}$ .
- Poenostavi dani izraz.
  - Izračunaj njegovo vrednost za  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ .
  - Izračunaj njegovo vrednost za oster kot  $\alpha$ , če je  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ .
- 613.** Dan je izraz  $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha}$ .
- Poenostavi dani izraz.
  - Izračunaj njegovo vrednost za  $\alpha = 30^\circ$ .
  - Izračunaj njegovo vrednost za  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2}$ .
- 614.** Naj bo  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  in  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .
- Natančno izračunaj  $\cos 2\alpha$  in  $\sin \frac{\alpha}{2}$ .
  - Natančno izračunaj  $\sin(\alpha + 45^\circ)$ .
  - Določi velikost kota  $\alpha$  na minuto natančno.
- 615.** Dana je funkcija  $f(x) = -3 \sin 2x$ .
- Nariši njen graf.
  - Za katere  $x$  je vrednost dane funkcije vsaj  $\frac{3}{2}$ ?
  - Nariši graf funkcije  $g(x) = f(|x|) + 1$ .
- 616.** Dana je funkcija  $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ .
- Zapiši jo v preprostejši obliki in določi njeno osnovno periodo in amplitudo.
  - Nariši njen graf.
  - Izračunaj vrednost funkcije za  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- 617.** Dana je funkcija  $f(x) = -4 \sin x$ .
- V isti koordinatni sistem nariši grafa funkcij  $f(x)$  in  $|f(x)|$ .
  - Določi vrednosti  $x$ , pri katerih ima funkcija  $f$  največjo vrednost.
  - Izračunaj koordinate presečišč grafa funkcije  $f$  s premico  $y = 2$ .

- 618.** Dana je funkcija  $f(x) = \tan \frac{3x}{2}$ .
- Določi njene ničle in pole.
  - Nariši graf funkcije  $f$ .
  - Nariši graf funkcije  $g(x) = f(x - \frac{\pi}{6})$ .
- 619.** Dana je funkcija  $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x + \pi) + \frac{1}{2}$ .
- Izračunaj ničle in nariši graf dane funkcije.
  - Pokaži, da je  $f(x) = \sin^2 x$ .
  - Določi presečišče grafa funkcije z ordinatno osjo.
- 620.** Dana je funkcija  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ .
- Pokaži, da je  $f(x) = \cos x$ .
  - Izračunaj vrednost dane funkcije za oster kot  $x$ , če veš, da je  $\sin x = \frac{3}{5}$ .
  - Natančno izračunaj  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ .
- 621.** Dana je funkcija  $f(x) = 3 \sin 2x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ .
- Natančno izračunaj  $f(450^\circ)$ .
  - Izračunaj  $f(23^\circ 15')$  na tri decimalna mesta natančno.
  - Ugotovi, ali je funkcija liha ali soda.
- 622.** Dana je funkcija  $f(x) = A \cos \frac{x}{2}$ .
- Določi tak  $A$ , da bo graf funkcije potekal skozi točko  $B\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{2}\right)$ .
  - Za  $A = 2$  izračunaj ničle funkcije in nariši njen graf.
  - Izrazi dano funkcijo s pomočjo kota  $\alpha$ , če veš, da je  $x = 2\alpha - 180^\circ$ .
- 623.** Dana je funkcija  $f(x) = 2 \sin x - \cos 2x$ .
- Določi njene ničle.
  - Pokaži, da je  $f(x) = 2\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}$ .
  - Določi največjo in najmanjšo vrednost dane funkcije.
- 624.** Naj bo  $\cos 2x = a$ . Izrazi z  $a$ :
- $\sin^2 x$
  - $\sin^6 x + \cos^6 x$
  - $\cos^8 x - \sin^8 x$
- 625.** Dana je funkcija  $f(x) = \cos 2x + 1$ .
- Izračunaj njene ničle.
  - Nariši njen graf.
  - Določi abscise presečišč grafa dane funkcije s krivuljo  $y = \cos x$ .

254. a)  $a = 1'665 \text{ cm}$ ,  $P = 31'05 \text{ cm}^2$     b)  $a = 2'314 \text{ cm}$ ,  $P = 59'96 \text{ cm}^2$   
 c)  $a = 1'263 \text{ cm}$ ,  $P = 17'85 \text{ cm}^2$     d)  $a = 2'312 \text{ cm}$ ,  $P = 59'84 \text{ cm}^2$
255. a)  $a = 2 \text{ cm}$ ,  $P = 15'46 \text{ cm}^2$     b)  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $P = 34'79 \text{ cm}^2$   
 c)  $a = 1 \text{ cm}$ ,  $P = 3'87 \text{ cm}^2$     d)  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $P = 61'86 \text{ cm}^2$
256. a)  $6\,480 \text{ cm}^3$     b)  $5\,291 \text{ cm}^3$     c)  $7\,228 \text{ cm}^3$     d)  $7\,457 \text{ cm}^3$
257. a)  $P = 390 \text{ m}^2$ ,  $V = 459 \text{ m}^3$     b)  $P = 306 \text{ m}^2$ ,  $V = 278 \text{ m}^3$   
 c)  $P = 48 \text{ m}^2$ ,  $V = 14'2 \text{ m}^3$     d)  $P = 623 \text{ cm}^2$ ,  $V = 635 \text{ cm}^3$
258.  $864 \text{ cm}^3$
259. a)  $8\,683 \text{ m}^3$     b)  $1'876 \text{ m}^3$     c)  $2'058 \cdot 10^7 \text{ m}^3$     d)  $110'31 \text{ m}^3$
260.  $2 : 1$     261.  $720 \text{ cm}^3$     262.  $624 \text{ cm}^3$
263.  $V_1 = \frac{1}{3}V = 1\,109 \text{ cm}^3$ ,  $V_2 = \frac{2}{3}V = 2\,217 \text{ cm}^3$
264. a)  $P = 420'8 \text{ cm}^2$ ,  $V = 360'8 \text{ cm}^3$     b)  $P = 11'48 \text{ m}^2$ ,  $V = 1'297 \text{ m}^3$   
 c)  $P = 1\,903 \text{ cm}^2$ ,  $V = 3\,437 \text{ cm}^3$     d)  $P = 157'2 \text{ cm}^2$ ,  $V = 92'03 \text{ cm}^3$
265.  $V_1 : V_2 = 4 : 1$
266. a)  $P = 100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ,  $V = \frac{250}{3}\sqrt{2} \text{ cm}^3$     b)  $P = 144\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ,  $V = 144\sqrt{2} \text{ cm}^3$   
 c)  $P = 75\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ,  $V = \frac{125}{4}\sqrt{6} \text{ cm}^3$     d)  $P = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ,  $V = 27\sqrt{3} \text{ cm}^3$
267. a)  $9 \text{ m}^3$     b)  $\frac{343}{12}\sqrt{2} \text{ m}^3$     c)  $432\sqrt{6} \text{ m}^3$
268. a)  $P = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$     b)  $P = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$     c)  $P = 48\sqrt{3} \text{ cm}^2$     d)  $P = 6 \text{ cm}^2$
269.  $P = 90'4 \text{ cm}^2$ ,  $s = 7 \text{ cm}$ ,  $V = 16\sqrt{6} \text{ cm}^3$
270.  $P = 125 \text{ cm}^2$ ,  $V = 72 \text{ cm}^3$
271. a) Ne.    b) Da.    c) Ne.
272. 60
273. a) Tetraeder ima 4 oglišča, 6 robov in 4 mejne ploskve.  
 b) Kocka ima 8 oglišč, 12 robov in 6 mejnih ploskev.  
 c) Oktaeder ima 6 oglišč, 12 robov in 8 mejnih ploskev.  
 d) Dodekaeder ima 20 oglišč, 30 robov in 12 mejnih ploskev.  
 e) Ikozaeder ima 12 oglišč, 30 robov in 20 mejnih ploskev.
275. a)  $P = 12 \text{ cm}^2$ ,  $V = 4\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$     b)  $P = (36 + 18\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ ,  $V = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$
276.  $\alpha = 35'26^\circ$ ,  $\beta = 54'74^\circ$
277. a)  $1\,251 \text{ cm}^2$     b)  $2\,557 \text{ cm}^2$     c)  $476'4 \text{ cm}^2$     d)  $96'8 \text{ cm}^2$     e)  $73\,814 \text{ cm}^2$   
 f)  $2\,250 \text{ cm}^2$
278. a)  $P = 1\,344 \text{ cm}^2$ ,  $V = 1\,481 \text{ cm}^3$     b)  $P = 1\,552 \text{ cm}^2$ ,  $V = 2\,850 \text{ cm}^3$   
 c)  $P = 1\,965 \text{ cm}^2$ ,  $V = 4\,940 \text{ cm}^3$     d)  $P = 2\,549 \text{ cm}^2$ ,  $V = 7\,580 \text{ cm}^3$
279.  $P = (78 + 24\sqrt{2}) \text{ cm}^2$ ,  $V = 48 \text{ cm}^2$
280.  $90 \text{ cm}^3$
281.  $P = 72\sqrt{3} \text{ dm}^2$ ,  $V = 72\sqrt{2} \text{ dm}^3$
282. 8 cm